Minimalizacja automatów zupełnych.

Metoda tablicy równoważności stanów
Przykład

Tablica stanów.

Q	Q(t+1) X=0	Q(t+1) X=1	Y
1	2	4	0
2	3	5	1
3	4	6	1
4	2	1	0
5	6	5	0
6	3	4	1

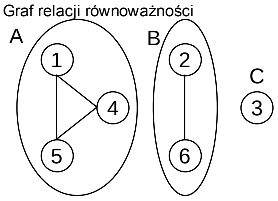
Tablica równoważności krok 1

2	x				
3	x	3,4 5,6			
4	v	x	x		
5	2,6 4,5	x	x	2,6 1,5	
6	x	4,5	3,4 4,6	x	x
	1	2	3	4	5

Tablica równoważności krok 2

2	x				
3	x	x			
4	v	x	x		
5	2,6 4,5	x	x	2,6 1,5	
6	x	4,5	x	x	x
	1	2	3	4	5

Graf relacji równoważności



Automat zminimalizowany

Q	Q(t+1) X=0	Q(t+1) X=1	Y
A	B	A	0
B	C	A	1
C	A	B	1

Automaty niezupełne

Automatem nie w pełni określonym (automatem niezupełnym)
nazywamy automat w którym funkcja przejść lub funkcja wyjść nie jest w pełni określona. Istnieją kreski w tablicy stanów.

Relacja pokrywania
Automat A1 w stanie q1 jest pokrywany przez automat A2 w stanie q2 wtedy i tylko wtedy gdy słowa wyjściowe otrzymywane z automatu A1 startującego w stanie q1 i automatu A2 startującego w stanie q2 mogą się różnić jedynie tym, że określonym symbolom wyjściowym automatu A2 odpowiadają symbole nieokreślone w automacie A1.

Relacja nieodróżnialności
Automat A1 w stanie q1 jest nieodróżnialny od automatu A2 w stanie q2 wtedy i tylko wtedy gdy słowa wyjściowe otrzymywane z automatu A1 startującego w stanie q1 i automatu A2 startującego w stanie q2 są identyczne

Relacje niesprzeczności i nieodróżnialności

Stany niesprzeczne (q1~q2)

Stany q1 i q2 automatu A nazywamy niesprzecznymi wtedy i tylko wtedy gdy nie istnieje takie słowo, dla którego symbole wyjściowe końcowe są określone i różne od siebie

Stany nieodróżnialne (q1≡q2)

Stany q1 i q2 automatu A nazywamy nieodróżnialnymi wtedy i tylko wtedy gdy dla każdego słowa wejściowego litery wyjściowe są identyczne.

Zbiorem stanów niesprzecznych $Q_{\sim}$ nazywamy zbiór w którym każde dowolne dwa stany są niesprzeczne.

Zbiorem stanów nieodróżnialnych $Q_{\equiv}$ nazywamy zbiór w którym każde dowolne dwa stany są nieodróżnialne.

Maksymalnym zbiorem stanów niesprzecznych $Q_{\sim}^{MAX}$ nazywamy taki zbiór, że dodanie do niego nowego stanu spoza zbioru powoduje, że przestaje on być zbiorem stanów niesprzecznych.

Ćwiczenie
Wyznaczyć maksymalne zbiory stanów niesprzecznych dla automatu niezupełnego podanego obok

	Q(t+1)		*Y*	
Q	**0**	**1**	**0**	**1**
1	3	2	0	0
2	-	2	-	1
3	-	4	-	1
4	7	5	1	1
5	6	-	1	-
6	-	-	0	0
7	6	6	1	1

Minimalizacja automatów niezupełnych

Warunek pokrcia
Rodzina zbiorów stanów zgodnych $\{Q_{\sim}\}$ spełnia warunek **pokrycia** gdy: $\cup\, Q \in \{Q_{\sim}\} = S$
Warunek domknięcia
•Rodzina zbiorów stanów zgodnych $\{Q_{\sim}\}$ spełnia warunek **domknięcia**, gdy:
$\forall(x \in X)\ \forall(\, Q_i \in \{Q_{\sim}\})\ \exists\ (Q_k \in \{Q_{\sim}\})\ \delta(Q_i, x) \subseteq Q_k$

Rodzina maksymalnych zbiorów stanów zgodnych $\{Q_{\sim}^{MAX}\}$, której elementami są wszystkie maksymalne zbiory stanów zgodnych spełnia warunek pokrycia i domknięcia.

Rodziną finalną nazywamy najmniej liczną rodzinę zbiorów stanów zgodnych spełniającą warunki pokrycia i domknięcia.

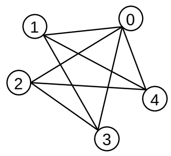
Automat minimalny dla automatu nie w pełni określonego budowany jest na podstawie rodziny finalnej.

Liczba n zbiorów wchodzących w skład rodziny finalnej jest ograniczona nierównością **$d \le n \le \min(k,t)$**
d - minimalna liczba zbiorów stanów niesprzecznych koniecznych do uzyskania pokrycia
k - liczba zbiorów maksymalnych stanów niesprzecznych
t - liczba stanów automatu.

Minimalizacja automatów niezupełnych – przykład1

	Q(t+1)		Y	
Q	**0**	**1**	**0**	**1**
0	1	2	-	-
1	3	4	-	-
2	4	4	-	-
3	0	0	0	1
4	0	0	0	0

1	1,3 2,4			
2	1,4 2,4	x		
3	0,1 0,2	0,3 0,4	0,4	
4	0,1 0,2	0,3 0,4	0,4	X
	0	1	2	3



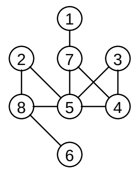
$\{Q_{\sim}^{MAX}\}=\{\{0,2,4\},\{0,1,3\},\{0,1,4\},\{0,2,3\}\}$
A={0,2,4}
B={0,1,3}
C={0,1,4}
D={0,2,3}
Pokrycie zapewniają zbiory
{A,B}, {C,D}
Oszacowanie rodziny finalnej $2\leq n \leq \min(4,5)$
Minimalna rodzina spełniająca pokrycie
Ani {A,B}, ani {C,D} nie spełnia waruneku domknięcia Wybieramy więc rodzinę finalną {A,B,C}

	Q(t+1)		Y	
Q	**0**	**1**	**0**	**1**
A	C	A	0	0
B	B	A	0	1
C	B	A	0	0

Minimalizacja automatów niezupełnych – przykład2

	Q(t+1)		Y	
Q	**0**	**1**	**0**	**1**
1	2	6	0	0
2	3	1	1	1
3	-	4	-	0
4	-	5	-	0
5	3	-	1	-
6	7	1	1	-
7	-	8	-	0
8	-	-	-	1

2	x						
3	4,6 x	x					
4	5,6 x	x	4,5				
5	x	v	v	v			
6	x	3,7 x	1,4 x	1,5 x	3,7 x		
7	6,8	x	4,8 x	5,8	v	1,8 x	
8	x	v	x	x	v	v	x
	1	2	3	4	5	6	7



$\{Q_{\sim}^{MAX}\}=\{\{1,7\},\{2,5,8\},\{3,4,5\},\{4,5,7\},\{6,8\}\}$
Oszacowanie rodziny finalnej $4\leq n \leq \min(5,8)$
Minimalna rodzina spełniająca pokrycie
$\{Q_{\sim}\}=\{\{1,7\},\{2,5,8\},\{3,4,5\},\{6,8\}\}$
Rodzina spełnia warunek domknięcia mamy więc
A={1,7}
B={2,5,8}
C={3,4,5}
D=[6,8}

	Q(t+1)		Y	
Q	**0**	**1**	**0**	**1**
A	B	D	0	0
B	C	A	1	1
C	C	C	1	0
D	A	A	1	1